

12.Sınıf Fizik Konu Özetleri

1.Ünite : Çembersel Hareket
1.Bölüm : Düzgün Çembersel Hareket

1.1.1. Düzgün Çembersel Hareket Nedir?

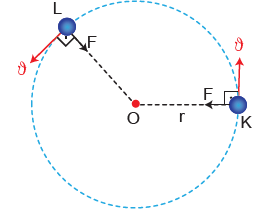
Dönme hareketi denilince akla birçok örnek gelir. Lunaparktaki bir dönme dolabın hareketi, döner kavşağın çevresindeki araçların yaptığı hareket, saatin akrep ve yelkovanı ile tekerleğin hareketi, elektronların çekirdek çevresindeki dolanımı, Dünya'nın Güneş, Ay'ın Dünya çevresindeki dönüş hareketleri gibi... Ancak her dönme hareketinin bir düzgün çembersel hareket olmadığını bilmek gerekir.

Bir hareketlinin sabit bir eksen etrafında, eşit zaman aralıklarında eşit yollar almasına ya da sabit bir nokta etrafında, sabit büyüklükte bir hızla dönmesine düzgün çembersel hareket denir.

Düzgün çembersel hareket kavramının öğrenilmesi; uyduların, gezegenlerin ve atom çekirdeği çevresindeki elektronların hareketlerinin anlaşılmasına yardımcı olur.

Düzgün Çembersel Hareketle İlgili Kavramlar

Bir cismin düzgün çembersel hareket yapabilmesi için cisme, yönü sürekli merkeze doğru ve büyüklüğü değişmeyen bir kuvvet uygulanmalıdır. O merkezli çembersel bir yörüngede dolanan cisim, yörüngesi üzerindeki K ve L noktalarından geçerken cisme etki eden F büyüklüğündeki kuvvetin gösterimi Şekil 1.1'deki gibidir.



Şekil 1.1: Çembersel hareket yapan cisim

Belirli zaman aralıklarında kendini tekrarlayan hareketlere periyodik hareket denir. Dönme, titreşim veya düzgün çembersel hareket yapan cisimlerin hareketleri de periyodik harekete örnek olarak verilebilir.

Düzgün çembersel hareketin kavramları aşağıda verilmiştir.

Periyot (T)

Düzgün çembersel hareket yapan bir cismin yörünge üzerinde bir tam tur dönebilmesi için geçen süreye periyot denir. Periyot T sembolüyle gösterilir, skaler bir büyüklüktür. SI (Uluslararası Birim Sistemi)'da birimi saniyedir (s).

Frekans (f)

Düzgün çembersel hareket yapan bir cismin birim zamandaki (1 saniye) tur sayısına **frekans** denir. Frekans f sembolüyle gösterilir, skaler bir büyüklüktür. SI'da birimi Hertz (Hz)'dir. $1 \text{ s}^{-1} = 1 \text{ Hz}$ 'dir.

Periyot ile frekans arasındaki ilişki $T \cdot f = 1$ dir.

Çizgisel Hız ($\vec{v}$)

Çembersel hareket yapan bir cismin yörüngesi üzerinde sahip olduğu hıza **çizgisel hız** denir. Çizgisel hız yörüngeye daima teğettir. Çizgisel hız $\vec{v}$ sembolüyle gösterilir, vektörel bir büyüklüktür. SI'da birimi $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ dir.

Doğrusal bir yolda sabit ϑ büyüklüğünde hızla hareket eden cismin t sürede aldığı yol $x = \vartheta \cdot t$ ifadesiyle bulunur.

Düzgün çembersel hareket yapan cisim bir periyotluk sürede r yarıçaplı çemberin çevresi kadar yol alır. Aldığı yol $x = 2\pi \cdot r$ olur. Bu durumda

$2\pi \cdot r = \vartheta \cdot T$ olur. Buradan ϑ çekilirse çembersel harekette çizgisel hızın büyüklüğünü veren $\vartheta = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ bağıntısı elde edilir.

$T = \frac{1}{f}$ ifadesi, bulunan hız bağıntısında yerine yazılırsa çizgisel hızın frekansa bağlı ifadesi

$$\vartheta = 2\pi \cdot r \cdot f \text{ olarak bulunur.}$$

Cismin herhangi bir andaki konumuna hareketin merkezinden çizilen vektöre **yarıçap vektörü** denir. Yarıçap vektörü $\vec{r}$ sembolüyle gösterilir. Düzgün çembersel harekette konum vektörü yarıçap vektörüdür (Şekil 1.2).

Açısal Hız ($\vec{\omega}$)

Düzgün çembersel hareket yapan cismin yarıçap vektörünün birim zamanda taradığı açının radyan cinsinden değerine **açısal hız** denir. Açısal hız $\vec{\omega}$ sembolüyle gösterilir, vektörel bir büyüklüktür. SI'da birimi $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ dir.

Düzgün çembersel hareket yapan bir cismin konum vektörü bir periyotluk sürede 2π radyan açı tarar. Bu nedenle açısal hızın büyüklüğü

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f \text{ bağıntısıyla bulunur.}$$

$$\vartheta = \frac{2\pi}{T} \cdot r \text{ çizgisel hız denkleminde } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ yerine yazılırsa}$$

$$\vartheta = \omega \cdot r \text{ bağıntısı ile bulunur.}$$

Bu bağıntı çizgisel hızla açısal hız arasındaki ilişkiyi verir.

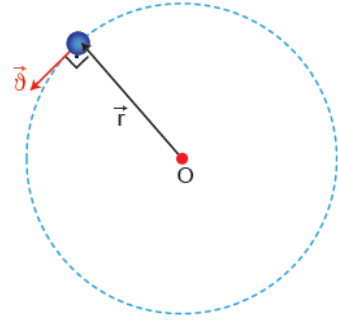
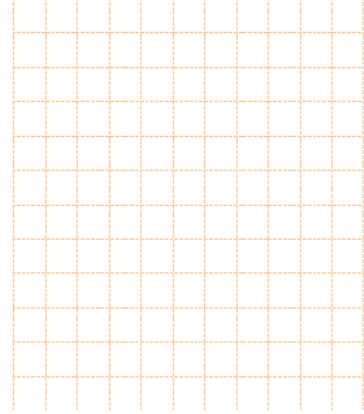
Örnek

Ağırlığı önemsiz eşit bölmeli bir çubuk, O noktasından geçen eksen etrafında sabit büyüklükte açısal hızla ok yönünde döndürülmektedir.

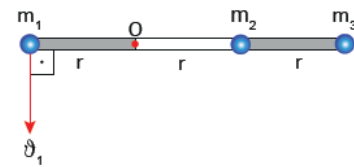
Buna göre çubuk üzerinde sabitlenmiş m_1 , m_2 ve m_3 kütleli cisimlerin çizgisel ve açısal hızlarının büyüklüklerini karşılaştırınız.

Çözüm

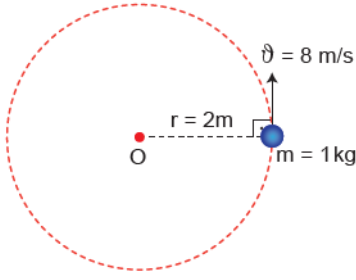
Cisimler aynı çubuk üzerinde birlikte döndükleri için periyotları ve frekansları eşittir. Aynı sürede eşit açı taradıklarından açısal hızları eşit olur ($\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$). Ancak çizgisel hızlarının büyüklükleri O noktasına uzaklıklarına bağlı olduğu için hızları farklıdır. Dönme eksenine uzak olanın çizgisel hızı da büyüktür. Buradan $\vartheta_3 > \vartheta_2 = \vartheta_1$ sonucuna ulaşılır.



Şekil 1.2: Düzgün çembersel hareket yapan cismin çizgisel hızının ve yarıçap vektörünün gösterimi



Örnek



O noktası etrafında 1 kg kütleli bir cisim $8 \frac{m}{s}$ sabit büyüklükte bir hızla düzgün çembersel hareket yapmaktadır.

Buna göre

- Cismin periyodu kaç saniyedir?
- Cismin frekansı kaç s^{-1} dir?
- Cismin açısal hızı kaç $\frac{rad}{s}$ dir? ($\pi = 3$ alınız.)

Çözüm

a) Cismin çizgisel hızı $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ dir.

Buradan T çekilirse $T = \frac{2\pi \cdot r}{v}$ olur.

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 2}{8} = \frac{3}{2} \text{ s bulunur.}$$

b) $T \cdot f = 1$ ifadesinde T yerine yazılırsa

$$\frac{3}{2} \cdot f = 1 \text{ den } f = \frac{2}{3} s^{-1} \text{ bulunur.}$$

c) Açısal hız $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ifadesinde periyot yerine yazılırsa

$$\omega = \frac{2 \cdot 3}{\frac{3}{2}} = \frac{2 \cdot 3}{\frac{3}{2}} = 2 \cdot 2 = 4 \frac{rad}{s} \text{ bulunur.}$$

Merkezcil İvme ($\vec{a}$)

Düzgün çembersel hareket yapan bir cismin hareketi sırasında hızının büyüklüğü değişmezken yönü sürekli değişir. Bu hız değişiminden kaynaklanan ve yönü daima hareketin yörünge merkezine doğru olan ivmeye **merkezcil ivme** denir.

O merkezli yörüngede düzgün çembersel hareket yapan cisim, Δt sürede A noktasından B noktasına geldiğinde cismin hızındaki değişim $\Delta \vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$, konumundaki değişim $\Delta \vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$ olur (Şekil 1.3: a).

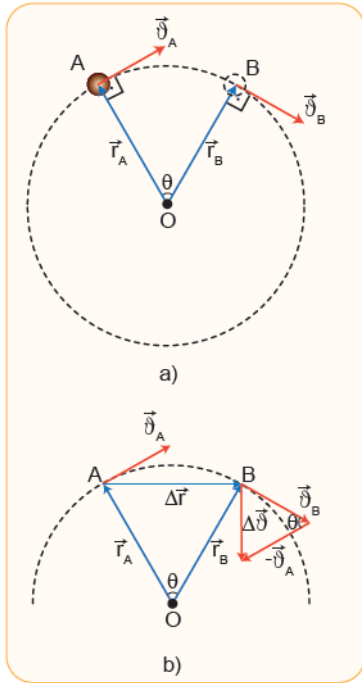
Cismin A ve B noktalarındaki hızlarının büyüklükleri için $|\vec{v}_A| = |\vec{v}_B| = v$ konum vektörlerinin büyüklükleri için $|\vec{r}_A| = |\vec{r}_B| = r$ olmak üzere Şekil 1.3: b'deki ikizkenar üçgenlerin benzerliğinden $\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r}$ yazılır.

Buradan Δv ifadesi çekilip $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ bağıntısında yerine yazılırsa

$$a = \frac{v}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta r}{r} \text{ olur.}$$

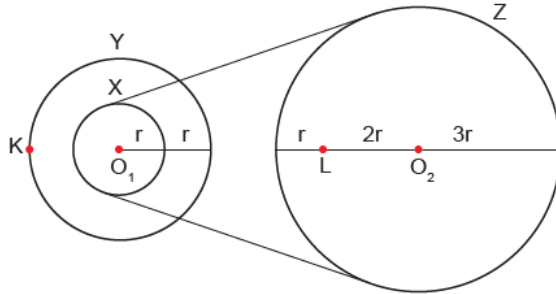
$v = \frac{\Delta r}{\Delta t}$ yerine yazıldığında merkezcil ivmenin büyüklüğünü veren

$$a_{\text{Merkezcil}} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r \text{ bağıntısına ulaşılır.}$$



Şekil 1.3: a) Düzgün çembersel hareket yapan cismin A ve B noktalarından geçerken yarıçap ve hız vektörleri b) Düzgün çembersel hareket yapan cismin hızındaki ve konumundaki değişim

 Örnek



Buna göre $\frac{a_K}{a_L}$ oranı nedir?

🔓 Çözüm

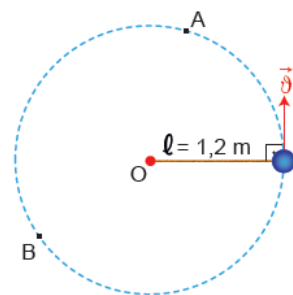
$$\frac{a_K}{a_L} = \frac{\omega_K^2 \cdot 2r}{\omega_L^2 \cdot 2r} = \frac{(3\omega)^2 \cdot 2r}{(\omega)^2 \cdot 2r} = 9 \text{ bulunur.}$$

Sıra Sizde - 2

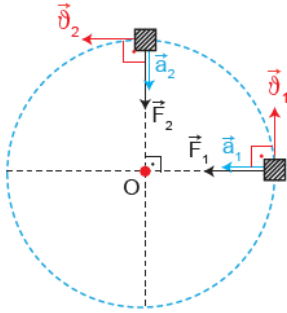
Cismin hareket periyodu 12 s olduğuna göre

- a) Cisim yörüngesi üzerindeki A ve B noktalarından geçerken hız ve ivme vektörlerinin yönlerini çizin.
- b) Cismin merkezci ivmesinin büyüklüğünü hesaplayınız. ($\pi = 3$ alınız.)

Çözüm



1.1.2. Düzgün Çembersel Harekette Merkezci Kuvvetin Bağlı Olduğu Değişkenler



Şekil 1.4: Düzgün çembersel harekette merkezci ivme ve merkezci kuvvetin gösterimi

Sabit büyüklükteki hızla ($|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$) çembersel yörüngede hareket eden cismin (Şekil 1.4) hız vektörünün yönü sürekli değişir. Bu değişimden sabit büyüklükte ve yönü daima hareketin merkezine doğru bir ivme meydana gelir ($|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2|$). İvmenin varlığı, yönü ivme vektörüyle aynı yönde sabit büyüklükte ($|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$) bir net kuvvet olduğunu gösterir. Yönü hareketin merkezine doğru ve daima hız vektörüne dik bu net kuvvete **merkezci kuvvet** denir. Merkezci kuvvet $\vec{F}_{\text{Merkezci}}$ sembolüyle gösterilir.

Newton'ın ikinci hareket yasasına göre m kütleli cisme etki eden net kuvvet $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ ifadesiyle bulunur.

Bu bağıntıda merkezci ivme ifadesi $a = \omega^2 \cdot r = \frac{v^2}{r}$ yerine yazılırsa merkezci kuvvetin büyüklüğünü veren ifade

$$F_{\text{Merkezci}} = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot \frac{v^2}{r} \text{ şeklinde bulunur.}$$

Merkezci kuvvet ($\vec{F}$), konum vektörü ($\vec{r}$) ile zıt yönlü olduğundan

$$\vec{F}_{\text{Merkezci}} = -m \cdot \omega^2 \cdot \vec{r} \text{ bağıntısı yazılır.}$$

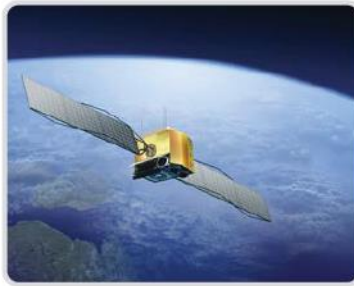
Merkezci kuvvetin bağlı olduğu değişkenleri daha iyi anlayabilmek için “Merkezci kuvvet” deneyini yapınız.

1.1.3. Düzgün Çembersel Hareket Yapan Cisimlerin Hareketi

Lunaparklardaki eğlence treninin çembersel bir yörünge izlemesi, Dünya çevresinde Ay ve yapay uyduların yörüngelerinde dolanımına devam etmesi, yatay yolda virajı dönen bir aracın virajı güvenli dönebilmesi gibi olayların nedeni merkezci kuvvettir (Görsel 1.3: a, b, c).



a)



b)

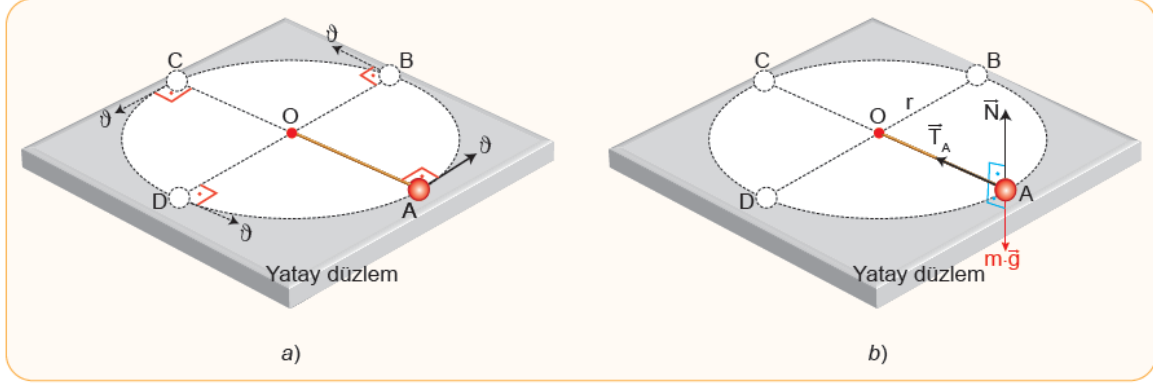


c)

Görsel 1.3: Merkezci kuvvet örnekleri: a) Eğlence treni b) Yapay uydu c) Yatay virajı dönen araç

Merkezcil kuvvet yeni bir kuvvet çeşidi değildir. Merkezcil kuvvet, çembersel yörüngede hareket eden cisme, hareketin merkezine doğru etki eden ve hız vektörüne dik olan net kuvvetin adıdır.

A) Yatay Düzlemde Düzgün Çembersel Hareket



Şekil 1.5: a) Sürtünmesiz yatay düzlemde çembersel yörüngede dönen cisim
b) A noktasındaki cismin serbest cisim diyagramı

Sürtünmenin önemsiz olduğu yatay bir düzlemde r uzunluğundaki bir ipin ucuna bağlı m kütleli cisme ϑ büyüklüğünde sabit bir hızla çembersel hareket yaptırılınsın (Şekil 1.5: a). Cismin A noktasından geçişi sırasında cisme etki eden kuvvetlerin gösterildiği serbest cisim diyagramı Şekil 1.5: b'deki gibidir.

$\vec{N}$: Yatay düzlemin tepki kuvveti

$m \cdot \vec{g}$: Yer çekimi kuvveti

$\vec{T}_A$: İpte meydana gelen gerilme kuvveti

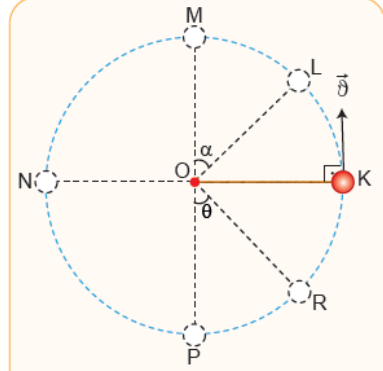
Cisim A noktasından geçerken yatay düzlemin tepki kuvveti yer çekimi kuvvetine eşittir. İpte meydana gelen gerilme kuvveti de cismi, hareketin yörünge merkezine doğru çeken merkezciil kuvvettir. Bu nedenle ipde oluşan gerilme kuvvetinin büyüklüğü $T_A = m \cdot \frac{v^2}{r}$ dir.

Sürtünmesiz yatay düzlemde düzgün çembersel hareket yapan bu cisme A, B, C ve D noktalarından geçerken etki eden ip gerilmeleri eşit büyüklüktedir.

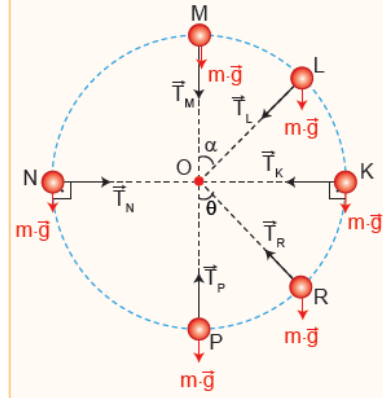
B) Düşey Düzlemde Düzgün Çembersel Hareket

Bir ipin ucuna bağlı ve düşey düzlemde çembersel hareket yapan cisme (Şekil 1.6: a), yörüngesi üzerinde seçilen noktalardan geçerken serbest cisim diyagramları Şekil 1.6: b'de verilmiştir. Bu noktalarda cisme etki eden merkezciil kuvvetler incelenirse

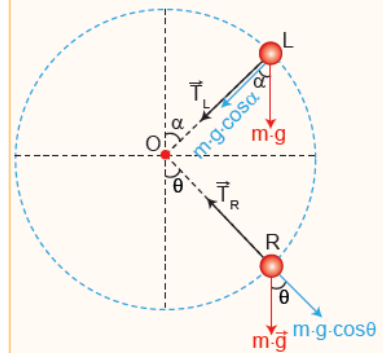
- Cisim K noktasından geçerken cismi, hareketin merkezine doğru çeken net kuvvetin büyüklüğü $F_{Net} = T_K$ ipteki gerilme kuvvetinin büyüklüğüne eşittir. Çembersel yörüngede cisme hareketin merkezine doğru etki eden net kuvvet aynı zamanda merkezciil kuvvet olduğundan $F_{Merkezciil} = T_K$ olur.
- Cisim L noktasından geçerken cismi, hareketin merkezine doğru çeken net kuvvetin büyüklüğü $F_{Net} = T_L + m \cdot g \cdot \cos \alpha$ (Şekil 1.6: c). $\vec{F}_{Net} = \vec{F}_{Merkezciil}$ olduğundan merkezciil kuvvetin büyüklüğü $F_{Merkezciil} = T_L + m \cdot g \cdot \cos \alpha$ dir.
- Cisim M noktasından geçerken cismi, merkeze doğru çeken net kuvvetin büyüklüğü bir başka ifadeyle merkezciil kuvvetin büyüklüğü $F_{Merkezciil} = T_M + m \cdot g$ dir. Cisim bu noktadan geçerken ipde oluşan gerilme kuvveti en küçük değerini alır.
- Cisim N noktasından geçerken cismi, merkeze doğru çeken net kuvvet K noktasında olduğu gibi sadece ip gerilmesine eşittir. $F_{Merkezciil} = T_N$ dir.
- Cisim P noktasından geçerken cismi, merkeze doğru çeken net kuvvetin büyüklüğü $F_{Net} = T_P - m \cdot g$ olur. Bu nedenle merkezciil kuvvetin büyüklüğü $F_{Merkezciil} = T_P - m \cdot g$ dir. Bu noktadan geçerken ipdeki gerilim kuvveti en büyük değerini alır.
- Cisim R noktasından geçerken cismi, merkeze doğru çeken net kuvvet $F_{Net} = T_R - m \cdot g \cdot \cos \theta$ (Şekil 1.6: c). $F_{Merkezciil} = T_R - m \cdot g \cdot \cos \theta$ olur.



Şekil 1.6: a) Düşey düzlemde düzgün çembersel hareket yapan cisim



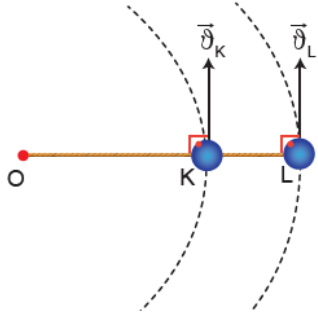
Şekil 1.6: b) Cismin yörüngesi üzerindeki bazı noktalarda serbest cisim diyagramları



Şekil 1.6: c) L ve R noktalarında ağırlığın ip doğrultusundaki bileşenleri

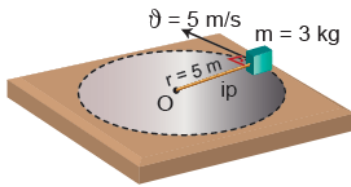
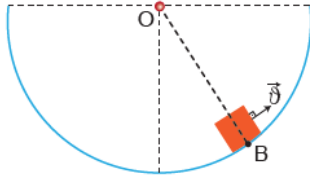
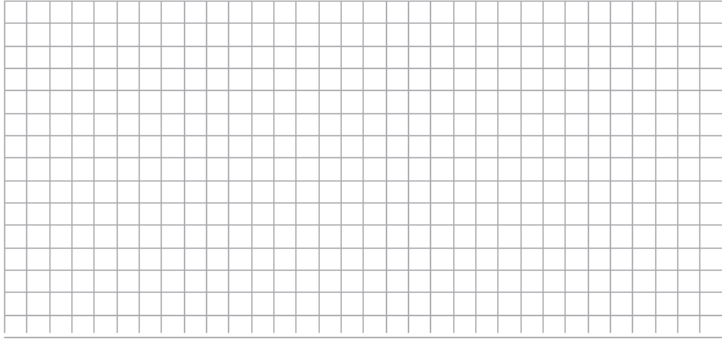
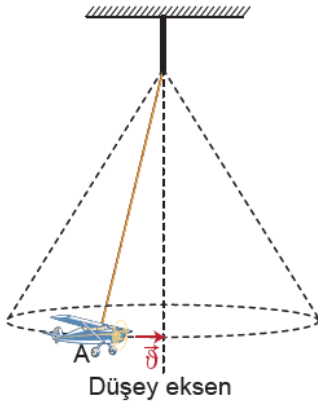
Sıra Sizde - 3

Sürtünmelerin önemsiz olduğu düzlemlerde çembersel hareket yapan cisimlerin şekillerde verilen konumlardan geçerken serbest cisim diyagramlarını kare düzlemlerine çizerek gösteriniz.



K cisimine etki eden

L cisimine etki eden



Örnek

3 kg kütleli bir cisim, sürtünmesiz yatay düzlemde 5 m uzunluğundaki ipin ucuna bağlanarak sabit büyüklükteki 5 m/s'lik hızla O noktası etrafında düzgün çembersel hareket yaptırılmaktadır.

Buna göre ipteki gerilme kuvveti kaç N'dır?

Çözüm

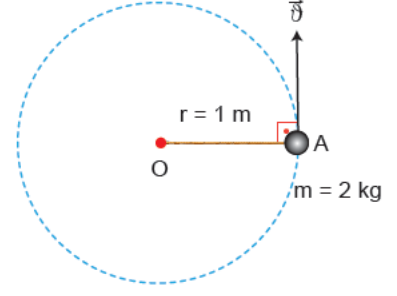
Yatay düzlemde çembersel hareket yapan cisimlerde ip gerilmesi merkezci kuvvettir. Buna göre

$$T = F_{\text{Merkezci}} = m \cdot \frac{v^2}{r} = 3 \cdot \frac{25}{5} = \frac{75}{5} = 15 \text{ N bulunur.}$$

Örnek

1 m uzunluğundaki ipin ucuna bağlanmış 2 kg kütleli cisme O merkezli sürtünmesiz yatay düzlemde düzgün çembersel hareket yaptırılıyor. Cisim dakikada 20 tur attığına göre

- Cismin periyot ve frekansını bulunuz.
- Cismin A noktasından geçtikten 1 s sonraki yer değiştirmesini bulunuz.
- Cismin çizgisel ve açısal hızlarını hesaplayınız.
- İpte meydana gelen gerilme kuvvetinin büyüklüğünü bulunuz. ($\pi = 3$ alınız.)



Çözüm

- Cismin bir saniyede attığı tur sayısına frekans denildiği ifade edilmişti. Buradan cismin frekansı (f)

$$\begin{array}{l} 60 \text{ s} \quad \text{---} \quad 20 \text{ tur atarsa} \\ 1 \text{ s} \quad \quad \quad \text{---} \quad f \text{ kadar tur atar.} \end{array}$$

$$60 \cdot f = 20$$

$$f = \frac{1}{3} \text{ s}^{-1} \text{ bulunur.}$$

$$f \cdot T = 1 \text{ olduğundan periyot } T = \frac{1}{f} \text{ den } T = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3 \text{ s'dir.}$$

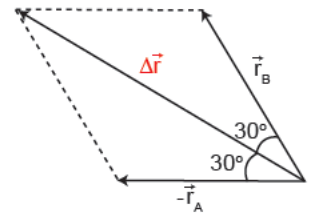
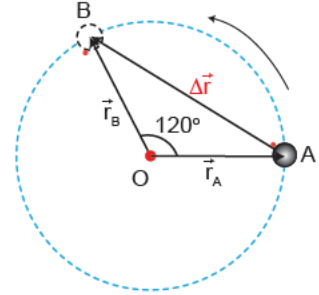
- Yarıçap vektörü bir turu (360° lik açı) 3 saniyede taradığına göre yarıçap vektörünün 1 saniyede taradığı açı

$$\begin{array}{l} 3 \text{ s} \quad \text{---} \quad 360^\circ \text{ tararsa} \\ 1 \text{ s} \quad \quad \quad \text{---} \quad \theta \text{ kadar açı tarar.} \end{array}$$

$$3\theta = 360^\circ$$

$$\theta = 120^\circ \text{ dir.}$$

Yarıçap vektörü 120° lik açı taradığında cisim, A noktasından B noktasına ulaşmış olsun. Cismin yer değiştirmesi $\Delta \vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$ dir. Eşit büyüklükteki iki vektör arasındaki açı 60° ise kosinüs teoremine göre bileşke vektörünün büyüklüğü, vektörlerden birinin büyüklüğünün $\sqrt{3}$ katı olur. $\vec{r}_A$ ve $\vec{r}_B$ nin büyüklüğü 1 m olduğuna göre $\Delta \vec{r}$ nin büyüklüğü $\Delta r = \sqrt{3} \text{ m}$ olur.



$$c) \text{ Çizgisel hız } v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 1}{3} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Açısal hız } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3}{3} = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \text{ dir.}$$

- Herhangi bir noktadan geçerken cismi hareketin merkezine doğru çeken net kuvvetin büyüklüğü, ipte meydana gelen gerilme kuvvetine eşittir.

$$\text{Bir başka ifadeyle } T = F_M = m \cdot \frac{v^2}{r} \text{ dir. } T = 2 \cdot \frac{2^2}{1} = 8 \text{ N bulunur.}$$

1.1.4. Yatay, Düşey ve Eğimli Zeminlerde Araçların Emniyetli Dönüş Şartları

Kara yollarında virajlardan hemen önce hız limiti levhası yerleştirilmesinin sebebi nedir (Görsel 1.4)?



Görsel 1.4: Sağa tehlikeli viraj ve uyarı levhaları

Kara yollarındaki trafik uyarı levhaları sürücülere yolun özellikleri ve uyulması gereken hız limitleri hakkında bilgiler vermektedir. Sola tehlikeli viraj levhası, yolun sola dönen bir kısmına yaklaşıldığını gösterirken (Görsel 1.5: a) sağa tehlikeli viraj yön levhası ise görüş mesafesi kısa, yarıçapı dar olan sağa doğru viraja yaklaşıldığı bilgisini verir (Görsel 1.5: b).



Görsel 1.5: a) Sola tehlikeli viraj levhası



Görsel 1.5: b) Sağa tehlikeli viraj yön levhası

Yatay Virajda Hareket

Bir araç virajı dönerken araca, virajın merkezine doğru merkezci bir kuvvet etki eder (Şekil 1.7).

Araç, viraja girdiğinde aracın hareketine dik doğrultuda ve tekerlekler ile zemin arasında ve yönü virajın merkezine doğru olan bir sürtünme kuvveti oluşur. Aracın virajı güvenle dönebilmesi için merkezci kuvvet, statik sürtünme kuvvetinin en büyük değerinden küçük ya da bu değere eşit olmalıdır.

$$F_{\text{Sürtünme}} \geq F_{\text{Merkezcil}}$$

$$k \cdot m \cdot g \geq m \cdot \frac{v^2}{r}$$

eşitliğinden aracın virajı güvenle dönebilmesi için gereken hız

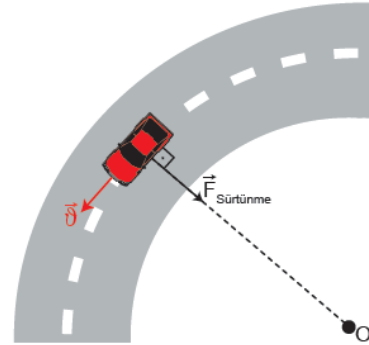
$$v \leq \sqrt{k \cdot g \cdot r} \text{ dir.}$$

Aracın hızı sınır değerden büyükse araç virajda savrulur. Bağlantıda yer alan

k : Yüzeyle aracın tekerlekleri arasındaki sürtünme katsayısı

g : Yer çekim ivmesi

r : Virajın yarıçapıdır.



Şekil 1.7: Yatay virajı dönen araba



Düşey Virajda Hareket

Roller coasterın (Rolır kostır) düşey virajı güvenli dönebilmesi için viraja belirli bir hız büyüklüğüyle girmesi gerekir (Görsel 1.6).



Görsel 1.6: Roller coaster sistemi

Kütlesi m olan bir araç düşey virajda hareket ederken (Şekil 1.8: a) aracın yörüngesi üzerinde seçilen noktalardan geçişi sırasında etki eden kuvvetlerin gösterildiği serbest cisim diyagramı Şekil 1.8: b'deki gibidir.

Araç, A noktasından $\vec{v}_A$ hızıyla geçerken virajın merkezine doğru araca etki eden net kuvvetin (merkezcil kuvvet) büyüklüğü, araca etki eden tepki kuvvetiyle yer çekimi kuvvetinin büyüklüklerinin farkına eşittir.

$$F_{\text{Net}} = F_{\text{Merkezcil}} = N_A - m \cdot g$$

Araç, B noktasından $\vec{v}_B$ hızıyla geçerken merkeze doğru etki eden net kuvvetin büyüklüğü, yüzeyin tepki kuvvetinin büyüklüğüne eşittir.

$$F_{\text{Net}} = F_{\text{Merkezcil}} = N_B$$

Araç, C noktasından $\vec{v}_C$ hızıyla geçerken aracı virajın merkezine doğru çeken net kuvvetin büyüklüğü, araca etki eden yer çekimi kuvvetiyle yüzeyin tepki kuvvetinin büyüklüklerinin toplamına eşit olduğundan

$$F_{\text{Net}} = F_{\text{Merkezcil}} = N_C + m \cdot g \text{ dir.}$$

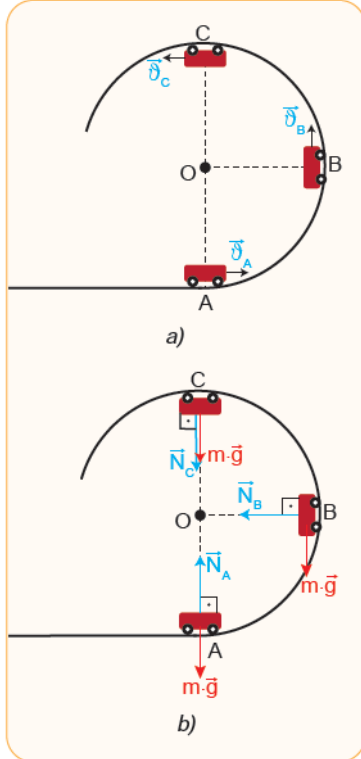
Aracın C noktasından geçerken güvenli dönüş yapabilmesi için merkezcil kuvvetin büyüklüğü, en az yer çekimi kuvvetinin büyüklüğüne eşit olmalıdır.

$$F_{\text{Merkezcil}} = m \cdot g$$

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot g \text{ eşitliğinden aracın güvenli dönüş yapabilmesi için}$$

gerekli olan en düşük hız değeri

$$v = \sqrt{g \cdot r} \text{ olarak bulunur.}$$



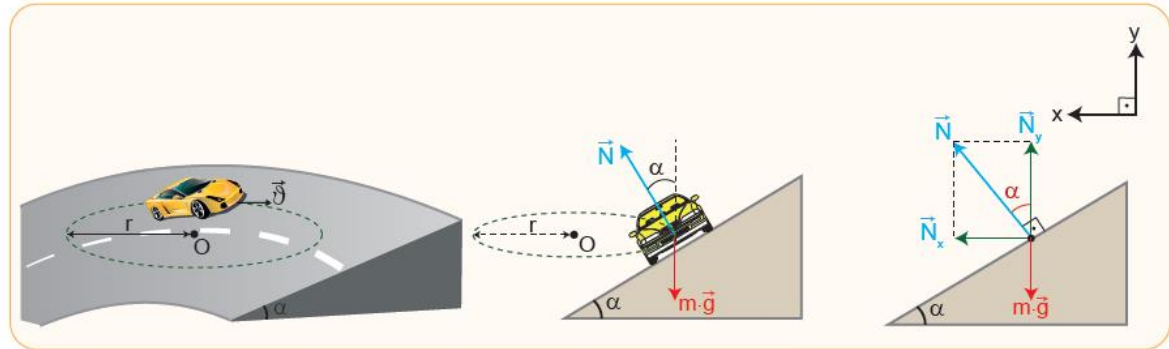
Şekil 1.8: a) Düşey virajı dönen araba b) Düşey virajı dönen arabanın seçilen noktalardan geçerken serbest cisim diyagramları

Eğimli Virajda Hareket

Otomobillerin eğimli bir virajı güvenle dönebilmesi için gerekli olan en küçük hız değeri nasıl bulunur (Görsel 1.7)?



Görsel 1.7: Eğimli virajı dönen otomobiller



Şekil 1.9: a) Sürtünmesiz eğimli virajda hareket eden araç

Şekil 1.9: b) Aracın serbest cisim diyagramı

Şekil 1.9: c) Araca etki eden kuvvetlerin x-y eksenindeki bileşenleri

Ağırlığı $m \cdot g$ kadar olan bir araç, sürtünmesiz eğimli virajı ϑ büyüklüğünde hızla dönerken (Şekil 1.9: a) aracın yatay ekseninde çizdiği çembersel yörüngesinin yarıçapı r olsun. Araç, virajı dönerken Şekil 1.9: b'deki serbest cisim diyagramında görüldüğü gibi yüzeyin gösterdiği tepki kuvvetinin ve kendi ağırlığının etkisinde kalır. Aracın virajı dönebilmesi için merkeze yönelen bir merkezci kuvvet olmalıdır. Bu kuvvet Şekil 1.9: c'de gösterildiği gibi hareketin merkezine yönelen tepki kuvvetinin x eksenindeki bileşenidir. Bu nedenle merkezci kuvvet tepki kuvvetinin x eksenindeki bileşeni N_x e eşittir. N_y ise aracın ağırlığına eşit olur.

$$N_x = N \cdot \sin \alpha = F_{\text{Merkezcil}}$$

$$N_y = N \cdot \cos \alpha = m \cdot g \text{ dir.}$$

İki denklem oranlanırsa

$$\frac{N \cdot \sin \alpha}{N \cdot \cos \alpha} = \frac{F_{\text{Merkezcil}}}{m \cdot g}$$

$$\tan \alpha = \frac{F_{\text{Merkezcil}}}{m \cdot g} \text{ den } F_{\text{Merkezcil}} = m \cdot g \cdot \tan \alpha \text{ olur.}$$

Aracın eğimli virajı dönebilmesi için gerekli hız

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot g \cdot \tan \alpha \text{ dan } v = \sqrt{g \cdot r \cdot \tan \alpha} \text{ ifadesiyle bulunur.}$$

Viraj, yatay ya da eğimli olduğunda virajın güvenli dönebilmesi için gerekli hız limitlerine uyulmalıdır. Aracın hızı güvenli hız limitine düşürülmediğinde hakimiyeti yitilir. Bu durumda hem sürücünün hem de trafikteki yayaların güvenliği tehlikeye atılmış olur.

Örnek

m kütleli bir cisim, sürtünmesi önemsiz ray üzerindeki K noktasından v büyüklüğünde bir hızla atılıyor.

Cisim, yarıçapı $r = 2 \text{ m}$ olan çembersel yörünge üzerindeki L noktasından ancak geçebildiğine göre v kaç $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ dir? ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

Çözüm

Cismin L noktasından geçerken hızının büyüklüğü v_L olsun. L noktasından ancak geçebilmesi için bu noktada yüzeyin tepki kuvvetinin sıfır olması gerekir. Bu durumda merkezci kuvvetin büyüklüğü yer çekimi kuvvetinin büyüklüğüne eşittir.

$$m \cdot \frac{v_L^2}{r} = m \cdot g$$

$$v_L = \sqrt{g \cdot r} \text{ den}$$

$$v_L = \sqrt{10 \cdot 2} = \sqrt{20} \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ olur.}$$

Enerjinin korunumuna göre K ve L noktalarında m kütleli cismin sahip olduğu toplam enerji eşittir. Bu eşitlikten

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_L^2 + m \cdot g \cdot 2r$$

$$\frac{v^2}{2} = \frac{20}{2} + 10 \cdot 2 \cdot 2$$

$$v^2 = 100$$

$$v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ bulunur.}$$

